

Механика

Геометријске карактеристике попречних пресека носача

Једина геометријска карактеристика попречног пресека коју сте до сада учили била је површина попречног пресека. Деформација и напрезање носача не зависе само од површине већ и од других сложенијих геометријских карактеристика попречног пресека. То су:

- статички момент површине,
- аксијални, центрифугални и поларни момент инерције површине,
- отпорни момент површине и
- полупреник инерције површине.

Статички момент површине

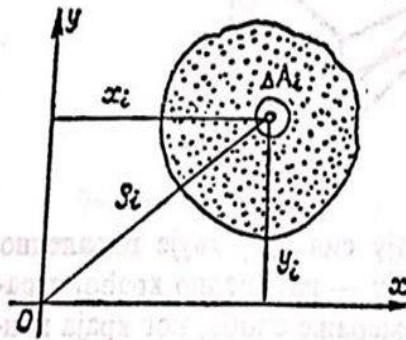
За x и y осу је збир производа елементарних површина и њихових растојања од осе.

$$S_x = \sum_{i=1}^n \Delta A_i x_i \quad i \quad S_y = \sum_{i=1}^n \Delta A_i y_i$$

Јединица за статички момент је m^3 . Растојање од елементарне површине од осе може бити позитивно и негативно, па тако и статички момент површине може бити позитиван и негативан. Ако оса пролази кроз тежиште површине, то је тежишна оса, тада је статички момент површине за ту осу једнак нули.

Аксијални, центрифугални и поларни момент инерције

Уочимо раванску фигуру, површине A , у њеној равни систем произвољно изабраних Декартових правоуглих координата x и y (сл. 231). Произвољно уочена елементарна површина ΔA_i налази се тада на растојањима x_i и y_i од координатних оса, односно на растојању ρ_i од координатног почетка, при чему је



Сл. 231

$$\rho_i^2 = x_i^2 + y_i^2.$$

За уочену раванску фигуру, као њене геометријске карактеристике, дефинисаћемо, у односу на изабрани систем Декартових правоуглих координата, аксијални, центрифугални и поларни момент инерције површине на следећи начин:

аксијални моменти инерције I_x и I_y површине уочене фигуре према x , односно y -координатној оси представљају збир производа елементарних површина и квадрата њихових растојања од одговарајуће осе, тј.:

$$I_x = \sum_{i=1}^n \Delta A_i y_i^2, \quad I_y = \sum_{i=1}^n \Delta A_i x_i^2.$$

Центрифугални моменти инерције I_{xy} површине уочене фигуре према координатним осама x и y представља збир производа елементарних површина и њихових растојања од координатних оса, тј.:

$$I_{xy} = \sum_{i=1}^n \Delta A_i x_i y_i.$$

Поларни моменти инерције I_o површине уочене фигуре према координатном почетку O представља збир производа елементарних површина и квадрата њихових растојања од координатног почетка, тј.:

$$I_o = \sum_{i=1}^n \Delta A_i \rho_i^2.$$

Из дефиниције момента инерције површине равanske фигуре можемо закључити да њихова вредност зависи од облика фигуре и положаја фигуре у односу на изабрани систем Декартових правоуглих координата. Такође, можемо закључити да је димензија момента инерције $[L^4]$ и стога се изражава у m^4 .

Ако у изразу за поларни момент инерције ставимо $\rho_i^2 = x_i^2 + y_i^2$, добијамо:

$$I_o = \sum_{i=1}^n \Delta A_i (x_i^2 + y_i^2) = \sum_{i=1}^n \Delta A_i x_i^2 + \sum_{i=1}^n \Delta A_i y_i^2,$$

односно:

$$I_o = I_x + I_y.$$

Видимо, дакле, да поларни момент инерције можемо изразити као збир аксијалних момената инерције, за међусобно управне осе које пролазе кроз пол (координатни почетак).

У специјалном случају, ако координатни почетак изаберемо у тежишту S фигуре, координатне осе су тежишне осе, јер пролазе кроз тежиште S фигуре. Моменти инерције, дефинисани за тежишне осе, односно за тежиште S (поларни момент инерције), називају се *сопствени моменти инерције* и изражавају се на исти начин као и за било које друге координатне осе, односно координатни почетак.

Из дефиниције аксијалних и поларног момента инерције, који су повезани претходном релацијом, видимо да су њихове вредности увек позитивне. Вредност центрифугалног момента инерције, међутим, може бити већа, једнака или мања од нуле, јер координате x_i и y_i могу имати позитивне и негативне вредности. Из израза за центрифугални момент инерције лако је закључити да ће му вредности бити једнака нули ако је једна од координатних оса — оса симетрије фигуре, у ком случају, као што знамо, она мора бити и тежишна оса.

Отпорни момент површине

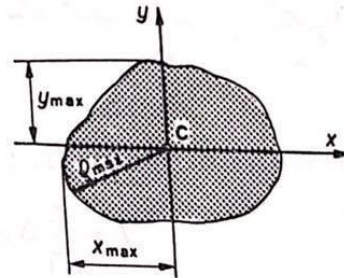
Количником аксијалног момента инерције за тежишну осу (сопствени аксијални момент инерције) и растојања најудаљеније тачке површине од те осе дефинишемо *оппорни момент површине*. Према томе, ако су координатне осе x и y у тежишту осе, отпорни момент површине W_x за x -осу је:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}},$$

док је отпорни момент површине за y -осу

$$W_y = \frac{I_y}{x_{\max}},$$

при чему у овим изразима величине y_{\max} и x_{\max} као растојања најудаљенијих тачака површине од оса x и y (сл. 232), уносимо као позитивне вредности.



Сл. 232

Осим отпорног момента површине за осу, дефинише се и *поларни оппорни момент површине*, као количник сопственог поларног момента инерције I_o

и растојања ρ_{\max} најудаљеније тачке површине од тежишта површине. Према томе:

$$W_o = \frac{I_o}{\rho_{\max}}.$$

Код кружног и кружно прстенастог попречног пресека носача највеће удаљење је спољашњи полупречник R , па је поларни отпорни момент површине одређен изразом:

$$W_o = \frac{I_o}{R}.$$

Из дефиниције отпорног момента видимо да количник двеју позитивних величина увек има позитивну вредност. Такође, закључујемо да је димензија отпорног момента површине (L^3) и стига се изражава у m^3 .

Отпорни моменти површине, као геометријске карактеристике равнских попречних пресека носача, имају веома важну улогу, јер се на основу њих као што ћемо касније видети, одређују димензије попречног пресека носача приликом димензионисања.